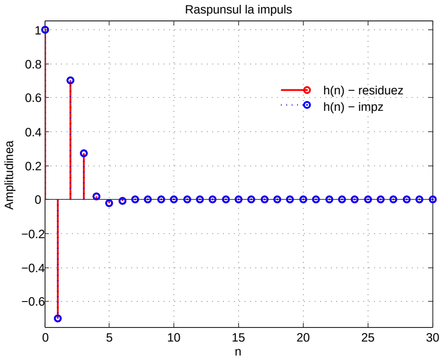

Figura 4.11: Răspunsul la impuls

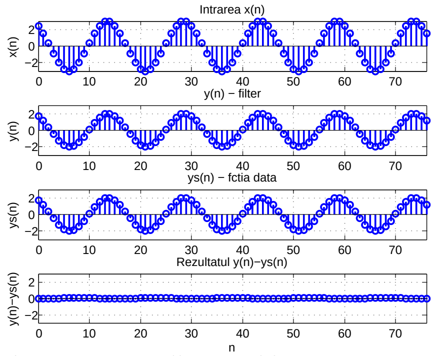

Figura 4.12: Răspunsul la excitaţie sinusoidală

Ce observaţi? Secvenţa $y(n)$ este o sinusoidă sau nu? Explicaţi.

```
% Ex4_6 - raspunsul unui sistem LTI la o sinusoida
b = [0.3 0.5 0.3]; a = [1 0 0.7]; n = 0:150;
fi = pi/3; A = 3; f = 1/15; N = 15;
x = A*cos(2*pi*f*n+fi); y = filter(b, a, x, [0 0]);
[H, w] = freqz(b, a, 2048); % functia raspuns la frecventa
ind = find(w <= 2*pi*f); we = ind(length(ind));
Hwm = abs(H(we)); Hwp = angle(H(we));
% iesirea evaluata cu relatia data
ys = A*Hwm*cos(2*pi*f*n + fi + Hwp); n1 = 0:(length(n)-5*N);
subplot(411); stem(n1, x(N5*:length(n)));
title('Intrarea x(n)'); ylabel('x(n)');
subplot(412); stem(n1, y(5*N:length(n)));
title('y(n) - filter'); ylabel('y(n)');
subplot(413); stem(n1, ys(5*N:length(n)));
title('ys(n) - fctia data'); ylabel('ys(n)');
subplot(414); stem(n1, ys(5*N:length(n)) - y(5*N:length(n)));
title('Diferenta y(n)-ys(n)'); ylabel('y(n)-ys(n)');
```

4.4 Exerciţii

1. Cu ajutorul unui script MATLAB, similar cu `Ex4_1.m`, să se demonstreze neliniaritatea sistemului $H\{x(n)\} = x^2(n)$. Se consideră $a = 3$, $b = -3$, $x_1(n) = \sin(2\pi 0.1n)$ şi $x_2(n) = \sin(2\pi 0.15n)$.

2. Să se evalueze răspunsul la impuls al sistemului $H(z) = \dfrac{0.5z^2 + 0.5z}{z^2 - z - 0.5}$.

3. Să se evalueze răspunsul la impuls al sistemului descris de:
$$H(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}}{1 - 0.5z^{-1} - 4z^{-2} + 2z^{-3}}.$$

4. Să se calculeze primele 100 eşantioane ale răspunsului la impuls corespunzător sistemului $H(z) = \dfrac{z}{z-1}$.

5. Să se calculeze primele 50 eşantioane ale secveţei răspuns la impuls corespunzătoare sistemului $H(z) = \dfrac{z^2+1}{z^3-1.9z^2+1.55z-0.425}$.

6. Un sistem discret LTI este caracterizat prin:
$$y(n) - 1.5\cos\frac{\pi}{8}y(n-1) + 0.95y(n-2) \quad = \quad x(n) + 0.4x(n-1).$$
   - Să se determine polii sistemului utilizând comanda `roots`. Dacă aceste rădăcini sunt complex-conjugate, răspunsul sistemului conţine componente armonice. Să se reprezinte grafic părţile reală şi imaginară ale secvenţei complexe: $p_k^n u(n)$, $n = \overline{0,30}$, unde p_k sunt polii sistemului;
   - Conform ecuaţiei cu diferenţe finite, secvenţa răspuns la impuls a sistemului este: $h(n) = (a_1 p_1^n + a_2 p_2^n)\, u(n)$; să se determine constantele a_1 şi a_2. Să se evalueze răspunsul la impuls folosind comanda `impz` (vezi exemplul `Ex4_5.m`);
   - Să se determine răspunsul permanent la excitaţia exponenţială complexă (vezi exemplul `Ex4_6.m`) $x(n) = e^{j\omega_0 n}$, $n = \overline{0,60}$, $\omega_0 = \pi/6$.

7. Un sistem LTI este caracterizat de: $H(z) = \dfrac{(z+0.2)\left(z^2+5\right)}{(z-0.7)\left(z^2-z+0.49\right)}$.
   - Să se reprezinte polii şi zerourile în planul-z;
   - Să se evalueze şi să se reprezinte grafic faza răspunsului la frecvenţă. Sistemul considerat este un sistem de fază liniară?

8. Să se analizeze efectul polilor şi a zerourilor lui $H(z)$ asupra modulului funcţiei răspuns la frecvenţă $|H(\omega)|$, pentru sistemele:
   - $H_1(z) = \left(1 - z_1 z^{-1}\right)\left(1 - z_2 z^{-1}\right)$ unde:

     (a) $z_{1,2} = 1$; (d) $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$; (g) $z_{1,2} = -1$;

     (b) $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{6}}$; (e) $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{2\pi}{3}}$;

     (c) $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{3}}$; (f) $z_{1,2} = e^{\pm j\frac{5\pi}{6}}$;

     Să se analizeze modificarea $|H(\omega)|$ în funcţie de poziţia zerourilor şi să se reprezinte zerourile în planul-z. Ce se observă? Comentaţi rezultatele.
   - $H_2(z) = \dfrac{0.3}{\left(1 - p_1 z^{-1}\right)\left(1 - p_2 z^{-1}\right)}$ unde:

     (a) $p_{1,2} = 0.3$; (b) $p_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$; (c) $p_{1,2} = e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$; (d) $p_{1,2} = -0.3$.

Să se analizeze modificarea $|H(\omega)|$ în funcţie de poziţia polilor şi să se reprezinte polii în planul-z. Ce se observă? Comentaţi rezultatele.

9. Se consideră următoarele sisteme LTI caracterizate prin funcţiile de transfer:

$$H_1(z) = 1 - 4z^{-1} + 4z^{-2}; \qquad H_4(z) = \frac{\left(1 + z^{-1}\right)^2}{1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}};$$
$$H_2(z) = 1 + 4z^{-1} + 4z^{-2}; \qquad H_5(z) = \frac{\left(1 - z^{-1}\right)^2}{1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}};$$
$$H_3(z) = 1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}; \quad H_6(z) = \frac{1}{1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}};$$

   - Să se obţină diagrama poli-zerouri pentru fiecare sistem în parte;
   - Să se reprezinte caracteristicile răspunsului la frecvenţă pentru fiecare sistem. Să se specifice ce tip de sistem este descris prin fiecare funcţie de transfer;
   - Să se evalueze şi să se reprezinte grafic răspunsul la impuls şi răspunsul la secvenţa treaptă uniatate, pentru toate sistemele considerate.

10. Se consideră două sisteme cauzale. Să se determine care dintre acestea este stabil. Justificaţi răspunsul.

$$H_1(z) = \frac{1 - 0.6z^{-1} + 1.15z^{-2} - 0.98z^{-3} + 0.98z^{-4}}{1 + 1.27z^{-1} + 2.02z^{-2} + 1.54z^{-3} + 0.98z^{-4}};$$
$$H_2(z) = \frac{2 - 2.54z^{-1} + 5z^{-2} - 4.3z^{-3} + 3.27z^{-4}}{1 - 0.77z^{-1} + 0.82z^{-2} + 0.41z^{-3} + 0.51z^{-4}}.$$

11. Pentru secvenţa $x(n) = (0.9)^n \sin(0.2n)$, $n = \overline{0, 99}$, să se determine răspunsul la impuls, după evaluarea lui $X(z)$.

    Indicaţie: Transformata în z a secvenţei $x(n) = a^n \sin(\omega_0 n)u(n)$ este

$$X(z) = \frac{az^{-1}\sin\omega_0}{1 - 2az^{-1}\cos\omega_0 + a^2z^{-2}}, \qquad |z| > |a|.$$