Problema 1: Un semnal analogic $x_a(t)=\cos(200\pi t)-3.5\cos(600\pi t)$ este eşantionat cu 0.5 kHz. Aflaţi coeficienţii DFT, pentru $N=20$.

Problema 2: Un semnal analogic $x_a(t)$ este eşantionat cu perioada $T=0.01$ s, rezultând secvenţa:

n	0	1	2	3	4	5
$x(n)$	5	-1.5	6.5	-3	6.5	-1.5

Să se afle spectrul utilizând DFT cu N = 6 şi să se precizeze cărei frecvenţe analogice îi corespunde fiecare $X(k)$.

Problema 3: Se consideră semnalul analogic $x_a(t)=A\cos(200\pi t)-B\cos(800\pi t)$ eşantionat cu 1 kHz.

a) Să se afle perioada secvenţei obţinute.
b) Determinaţi coeficienţii DFT pentru $N=20$.
c) Repetaţi punctele anterioare pentru o frecvenţă de eșantionare de 0.5 kHz. Explicaţi.

Problema 4: Un semnal vocal este eşantionat cu 20,000 eşantioane/secundă. Se selectează un segment cu lungimea de 1024 eşantioane și se evaluează DFT-ul.

a) Care este durata în timp a segmentului de vorbire?
b) Care este rezoluția în frecvență dintre eșantioanele DFT-ului?
c) Ce se întâmplă dacă se reţin doar eşantioanele pare?

Problema 5: Să se determine DFT-ul în 8 puncte pentru secvența $x(n)=\{\underset{\uparrow}{1},1,1,1,1,1,0,0\}$ şi să se deseneze modulul şi faza DFT-ului obținut.

Problema 6: Calculaţi DFT-ul în 8 puncte pentru secvenţele:

$$x(n)=\cos\frac{\pi}{2}n,\qquad n=\overline{0,7};$$
$$h(n)=2^n,\qquad n=\overline{0,7}.$$

Problema 7: Evaluaţi convoluţia liniară şi convoluţia circulară ($N=4$, respectiv $N=8$) a secvenţelor:

$$x_1(n)=\{\underset{\uparrow}{2},2,1,1\};\ x_2(n)=\{1,\underset{\uparrow}{2},3,4\}.$$

Problema 8: Să se afle convoluţia liniară şi circulară ($N=8$) a secvenţelor:

$$x_1(n)=\{\underset{\uparrow}{1},2,3,4,5\};\ x_2(n)=\{\underset{\uparrow}{1},-1,2,-2,0\}.$$

Problema 9: Să se afle spectrul de putere al secvenţei periodice cu perioada 8:

$$x(n)=\{\underset{\uparrow}{2},2,2,2,0,0,0,0\}.$$

Problema 10: Un sistem LTI este descris prin ecuaţia cu diferenţe finite și coeficienți constanți:

$$y(n)-\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=2x(n-1).$$

a) Determinaţi soluţia ecuaţiei omogene.
b) Determinaţi soluţia ecuaţiei generale, dacă:

$$y(-1)=1,\qquad y(0)=0\quad \text{şi}\quad x(n)=\cos\frac{2\pi n}{5}u(n).$$

Problema 11: Un sistem LTI este descris prin ecuaţia cu diferenţe finite și coeficienți constanți:

$$y(n)=0.7y(n-1)-0.06y(n-2)+2x(n)-x(n-2).$$

a) Determinaţi răspunsul la impuls.
b) Determinaţi răspunsul l atreapta unitate, în condiții inițiale nule.
c) Evaluați stabilitatea sistemului.

Problema 12: Un sistem LTI este descris prin ecuaţia cu diferenţe finite și coeficienți constanți:

$$y(n)-5y(n-1)+6y(n-2)=3x(n-1).$$

a) Aflaţi soluţia ecuaţiei omogene.
b) Aflaţi răspunsul la impuls.
c) Aflaţi răspunsul la secvenţa treaptă unitate.

Problema 13: Să se calculeze în funcţie de $\cos\omega$, expresia pătratului modulului răspunsului în frecvență, pentru sistemul descris prin relația de intrare-ieșire:

$$y(n)=-0.1y(n-1)+0.2y(n-2)+x(n)+x(n-1)$$

Problema 14: Determinaţi răspunsul la treapta unitate, în condiţiile iniţiale:

$$y(-1)=y(-2)=1,$$

al sistemului:

$$y(n)=0.9y(n-1)-0.81y(n-2)+x(n).$$

Problema 15: Determinaţi răspunsul la impuls, răspunsul la secvenţa unitate şi determinaţi dacă sistemul este stabil. Se consideră:

$$y(n)=0.7y(n-1)-0.1y(n-2)+2x(n)-x(n-2).$$

Problema 16: Să se deducă graful de semnal care calculează FFT Radix-2, algoritmul de decimare în timp ($N=16$).

Problema 17: Să se determine toate secvenţele posibile ale căror transformată în z este:

$$X(z)=\frac{5z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(3-z^{-1}\right)}.$$

Pentru fiecare secvență obținută să se specifice regiunea de convergență.

Problema 18:

a) Aflaţi şi desenaţi răspunsul în frecvenţă pentru:

$$y(n)-\frac{1}{2}y(n-1)=x(n)+2x(n-1)+x(n-2).$$

b) Aflaţi ecuaţia cu diferenţe finite corespunzătoare filtrului descris prin funcţia răspuns în frecvenţă:

$$H(\omega)=\frac{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}+e^{-j3\omega}}{1+\frac{1}{2}e^{-j\omega}+\frac{3}{4}e^{-j3\omega}}.$$

Problema 19: Se consideră sistemul LTI caracterizat de:

$$y(n)=x(n)-x(n-4).$$

a) Să se calculeze modulul şi faza răspunsului în frecvenţă.

b) Să se calculeze răspunsul sistemului la excitaţia:

$$x(n)=\cos\frac{\pi}{2}n+\cos\frac{\pi}{4}n,\ -\infty<n<\infty.$$

Problema 20: Să se determine funcţia pondere şi răspunsul în frecvenţă, şi să se reprezinte grafic, pentru sistemul:

$$y(n)=\frac{1}{2}y(n-1)+x(n)+\frac{1}{2}x(n-1),\quad n\in\mathbb{Z}.$$

Problema 21: Un sistem LTI este descris de ecuaţia cu diferenţe:

$$y(n)=x(n)+x(n-10).$$

a) Să se deseneze modulul şi faza răspunsului în frecvenţă.

b) Să se determine răspunsul acestui sistem la excitaţia:

$$x(n)=\cos\frac{\pi n}{10}+3\sin\left(\frac{\pi n}{3}+\frac{\pi}{10}\right),\qquad -\infty<n<\infty$$

Problema 22: Un sistem LTI este descris de ecuaţia:

$$y(n)=x(n)+5x(n-10).$$

a) Determinaţi modulul şi faza răspunsului în frecvenţă.

b) Determinaţi răspunsul filtrului la excitaţia:

$$x(n)=5+6\cos\left(\frac{2\pi n}{5}+\frac{\pi}{2}\right),\ -\infty<n<\infty.$$

Problema 23: Calculaţi şi desenaţi caracteristicile în frecvenţă ale unui filtru cu medie alunecătoare (MA), pentru $M = 6$, cu ponderi egale.

Problema 24: Să se proiecteze un FTB, cu 2 poli, care are centrul benzii de trecere la $\omega = \pi/2$ şi zerourile la $\omega = 0$ şi $\omega = \pi$, pentru care modulul răspunsului în frecvenţă este $1/\sqrt{2}$ la $\omega = 4\pi/9$ ($\cos\frac{8\pi}{9} \cong -0.94$).

Problema 25: Să se proiecteze un filtru FIR, de fază liniară, de ordin $M = 4$, pentru care:

$$H_r(0) = 1 \text{ şi } H_r\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$$

Problema 26: Să se proiecteze un filtru FIR care rejectează complet frecvenţa $\omega_0 = \pi/4$. Să se calculeze răspunsul acestui filtru la intrarea:

$$x(n) = \sin\frac{\pi n}{4} u(n), \qquad n = \overline{0,4}$$

Problema 27: Proiectaţi un filtru având frecvenţele de rejecţie: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{30}$. Câștigul filtrului este 8 la $\omega = 0$. Scrieți expresia funcției de transfer ca produs de subsisteme de ordin doi, cu coeficienți reali.

Problema 28: Calculaţi modulul şi faza răspunsului în frecvenţă al filtrului cu funcţia de sistem:

$$H(z) = 1 + z^{-1} + \cdots + z^{-16}.$$

Pentru o frecvenţă de eşantionare de 1 kHz, determinaţi frecvenţele sinusoidelor care nu pot trece prin filtru.

Problema 29: Să se construiască formele directe și structura laticială/ laticială-scară, pentru sistemele LTI:

a) $2y(n) + y(n-1) - 4y(n-3) = x(n) + 3x(n-5)$;

b) $y(n) = x(n) - x(n-1) + 2x(n-2) - 3x(n-4)$.

Problema 30: Să se determine implementarea laticială a unui FIR de fază liniară, de lungime $M = 4$, pentru care:

$$H_r(0) = 1 \text{ şi } H_r\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}.$$

Problema 31: Aflaţi structura laticială-scară pentru:

$$H(z) = \frac{z^3 + z}{(z + 0.5)(z^2 + z + 0.5)}.$$

Problema 32: Să se determine structurile paralelă şi cascadă ale sistemului:

$$H(z)=\frac{1+z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-0.9e^{j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)\left(1-0.9e^{-j\frac{\pi}{3}}z^{-1}\right)}$$

Problema 33: Să se determine implementarea cascadă şi paralelă pentru sistemul:

$$H(z)=\frac{10\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{2}{3}z^{-1}\right)\left(1+2z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{8}z^{-1}\right)\left[1-\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right]\left[1-\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)z^{-1}\right]}$$

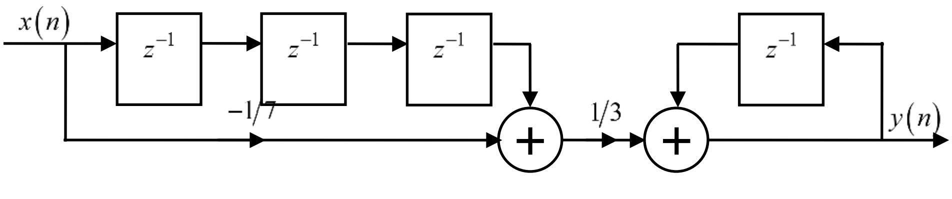
Problema 34: Pentru sistemul:

$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{5}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}+\frac{1}{3}z^{-2}\right)\left(1+\frac{1}{4}z^{-1}\right)},$$

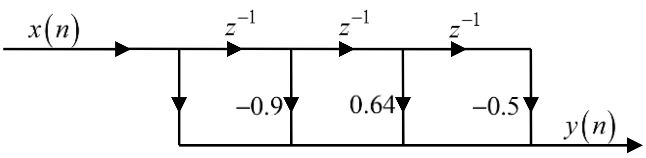
realizaţi:

a) Formele directe.
b) Implementarea cascadă.
c) Implementarea paralelă.

Problema 35: Să se calculeze şi să se reprezinte grafic răspunsul la impuls al sistemului şi răspunsul în frecvenţă:



Problema 36: Realizaţi structura laticială pentru filtrul FIR:



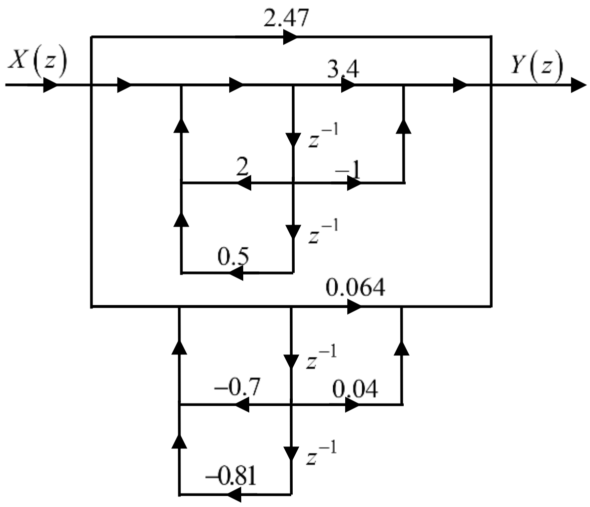
Problema 37: Realizaţi structura laticială şi evaluaţi răspunsul la excitaţia rampă, în condiţii iniţiale nule, pentru sistemul descris prin funcţia de transfer:

$$H(z)=\frac{1}{1+2z^{-1}+\frac{1}{3}z^{-2}}$$

Problema 38: Să se determine răspunsul la impuls al filtrului FIR, cu coeficienţii laticiali $k_1=0.6$, $k_2=0.3$, $k_3=0.5$ şi $k_4=0.9$. Calculaţi răspunsul în frecvenţă.

Problema 39: Determinaţi toate filtrele FIR care au coeficienţii laticiali $k_1 = 1/2$, $k_2 = 0.6$, $k_3 = -0.7$ şi $k_4 = 1/3$. Aflaţi răspunsul lor la treapta unitate.

Problema 40: Desenaţi structura laticială-scară pentru sistemul:

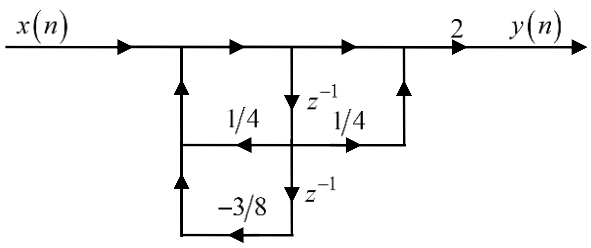


Problema 41: Să se calculeze şi să se deseneze caracteristica defazajului şi a timpului de întârziere de grup pentru sistemul liniar şi invariant în timp:

$$y(n) = 1.8y(n-1) - 0.81y(n-2) + x(n) + 0.95x(n-1)$$

Problema 42: Fie filtrul FIR cu coeficienţii laticiali: $k_1 = 0.65$, $k_2 = -0.34$ şi $k_3 = 0.8$. Aflaţi răspunsul la impuls şi desenaţi structura directă.

Problema 43: Se dă sistemul:



a) Aflaţi funcţia de tranfer;
b) Determinaţi răspunsul la impuls;
c) Aflaţi ecuaţia cu diferenţe finite şi coeficienţi constanţi.

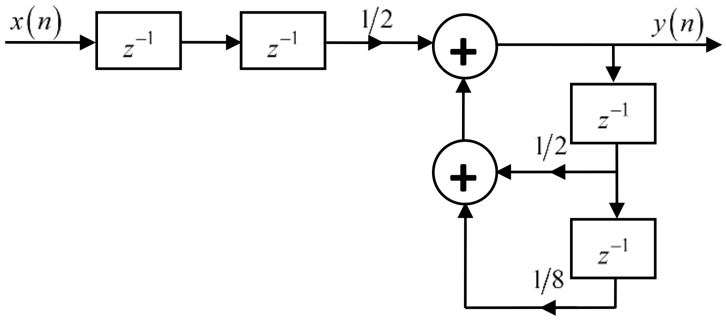
Problema 44: Determinaţi structura laticială şi răspunsul la treapta unitate, în condiţii iniţiale nule, pentru:

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + \frac{1}{3}z^{-2}.$$

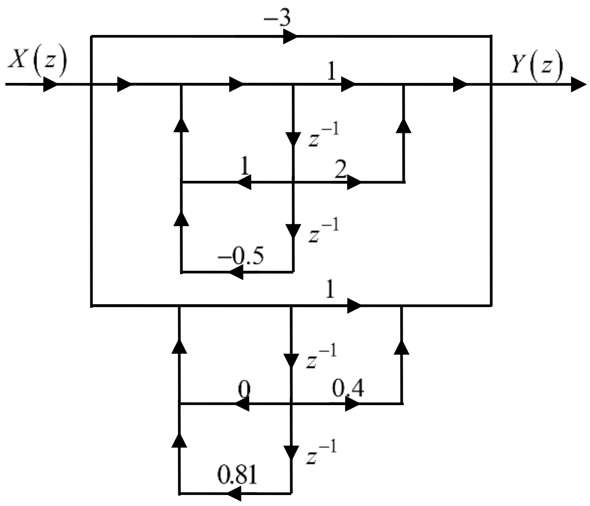
Problema 45: Să se determine structurile paralelă şi cascadă ale sistemului:

$$H(z)=\frac{3+5z^{-1}-2z^{-2}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}.$$

Problema 46: Să se calculeze şi să se reprezinte grafic răspunsul la impuls şi răspunsul în frecvenţă al sistemului:



Problema 47: Se dă sistemul:



Evaluaţi:

a) Funcția de transfer;
b) Răspunsul în frecvență;
c) Răspunsul la impulsș
d) Relația de intrare-ieșire.

Problema 48: Să se convertească filtrul analogic descris prin funcția de sistem

$$H_a(s)=\frac{s+0.1}{(s+0.1)^2+9}$$

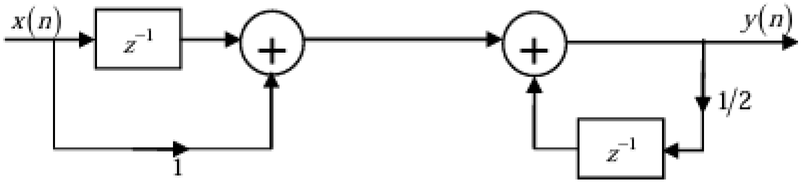
Într-un filtru digital IIR folosind metoda invarianței răspunsului la impuls (T = 0.1s și T = 0.5s). Pentru care valoare a lui T efectul de alias este mai prevalent?

Problema 49: Calculați transformata Fourier pentru secvențele:

a) $x(n) = \begin{cases} 1, & n = \overline{0, M} \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$

b) $x(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \cos\frac{2\pi n}{M}, & n = \overline{0, M} \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$

Problema 50: Evaluați răspunsul la impuls



Demonstrați că:

$$h(n) = [\delta(n) + \delta(n-1)] * \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)\right]$$

unde '*' reprezintă operația de convoluție liniară.